

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Юго-западный государственный университет»

Вычислительные методы

ОТЧЁТ

Задание № 2
на тему «АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ РЯДАМИ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМЫ ГОРНЕРА»

Выполнил:

студент группы БТ-31

Бабло И.Д.

Проверил:

к.ф.-м.н.

Кочура Е.П.

Курск, 2025

Цель:

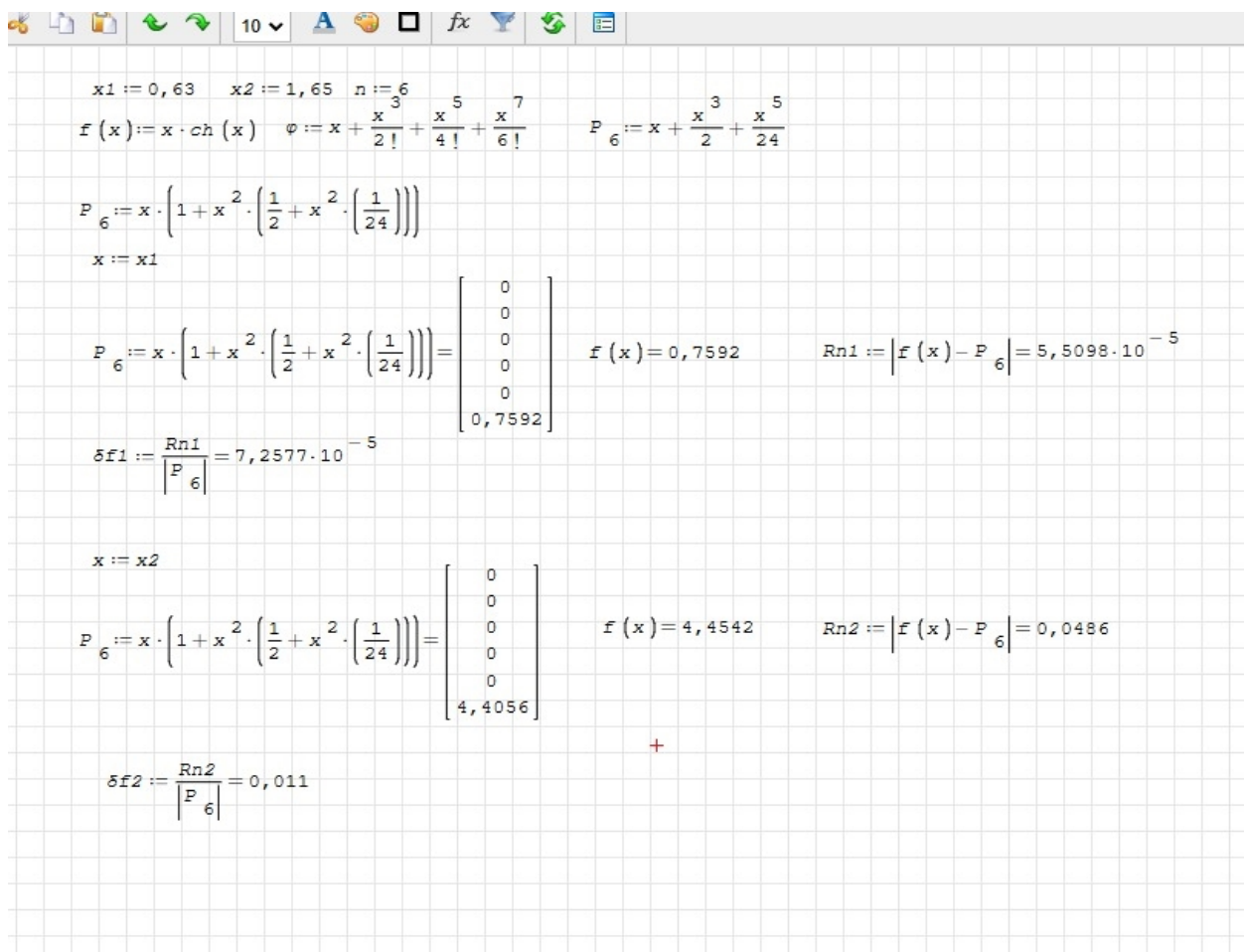
1. Изучение основных определений и положений теории аппроксимации функции.

2. Изучение основных методов непрерывной аппроксимации функций рядами Маклорена, многочленами Тейлора.

3. Аппроксимация на ЭВМ с помощью рядов и схемы Горнера элементарных функций.

Ход работы

1. Вычислили с помощью полинома 6-ой степени $P_6(x)$ равномерно приближающего на отрезке $[a, b]$ функцию $f(x) = x \cdot \operatorname{ch}(x)$ и оценили погрешность аппроксимации $R_n(x)$ в программе SmathStudio.



The screenshot shows the SmathStudio interface with the following calculations:

Initial values: $x1 := 0,63$ $x2 := 1,65$ $n := 6$

Function definition: $f(x) := x \cdot \operatorname{ch}(x)$

Polynomial definition: $P_6 := x + \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{24}$

Polynomial evaluation at $x1$: $P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right)$

Assignment: $x := x1$

Polynomial evaluation at $x1$: $P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,7592 \end{bmatrix}$

Function value at $x1$: $f(x) = 0,7592$

Approximation error at $x1$: $Rn1 := |f(x) - P_6| = 5,5098 \cdot 10^{-5}$

Global error at $x1$: $\delta f1 := \frac{Rn1}{|P_6|} = 7,2577 \cdot 10^{-5}$

Assignment: $x := x2$

Polynomial evaluation at $x2$: $P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,4056 \end{bmatrix}$

Function value at $x2$: $f(x) = 4,4542$

Approximation error at $x2$: $Rn2 := |f(x) - P_6| = 0,0486$

Global error at $x2$: $\delta f2 := \frac{Rn2}{|P_6|} = 0,011$

2. Разработать программу вычисления этого полинома с использованием схемы Горнера и рассчитать значение полинома при $x_1 = 0,63$, $x_2 = 1,65$

The screenshot shows a mathematical software interface with a grid background. The top toolbar contains various icons for editing and calculation. The main workspace contains the following mathematical expressions:

$$x_1 := 0,63 \quad x_2 := 1,65 \quad n := 6$$

$$f(x) := x \cdot \cosh(x) \quad \varphi := x + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^5}{4!} + \frac{x^7}{6!} \quad P_6 := x + \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{24}$$

$$P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right)$$

$$x := x_1$$

$$P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,7592 \end{bmatrix} \quad f(x) = 0,7592 \quad Rn1 := |f(x) - P_6| = 5,5098 \cdot 10^{-5}$$

$$\delta f1 := \frac{Rn1}{|P_6|} = 7,2577 \cdot 10^{-5}$$

$$x := x_2$$

$$P_6 := x \cdot \left(1 + x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2 \cdot \left(\frac{1}{24} \right) \right) \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,4056 \end{bmatrix} \quad f(x) = 4,4542 \quad Rn2 := |f(x) - P_6| = 0,0486$$

$$\delta f2 := \frac{Rn2}{|P_6|} = 0,011$$

A red plus sign (+) is visible below the second calculation block.

3 Написали программны код для решения данной задачи в программе Rucharm

```

1  import math
2
3  def horner_p6(x):
4      """
5      Evaluates the polynomial P6(x) = x + x^3/2 + x^5/24 using Horner's method.
6      """
7      result = 1/24
8      result = result * (x*x) + 1/2
9      result = result * (x*x) + 1
10     result = result * x
11     return result
12
13 def f(x):
14     """
15     The function f(x) = x * cosh(x)
16     """
17     return x * math.cosh(x)
18
19 # Input values
20 x1 = 0.63
21 x2 = 1.65
22
23 # Calculate polynomial values using Horner's method
24 p6_x1 = horner_p6(x1)
25 p6_x2 = horner_p6(x2)

```

```

C:\Users\Студент\PycharmProjects\pythonProject21\venv\Scripts\python.exe C:\Users\Студент\PycharmProjects\pyt
x1 = 0.63
P6(x1) (Horner's method) = 0.7591586522625
f(x1) = 0.7592137497854407
Error = 5.509752294063919e-05

x2 = 1.65
P6(x2) (Horner's method) = 4.4056379296875
f(x2) = 4.454199532035497
Error = 0.04856160234799667

Process finished with exit code 0

```

4 Сравнил значения программного кода и расчета в SMath Studio

x	$x \cdot \text{ch}(x)$	δ
x1	0,75	$7,25 \cdot 10^{-5}$
x2	4,45	0,011

Вывод: изучили основные определения и положения теории аппроксимации функции, основные методы непрерывной аппроксимации функций рядами Маклорена, многочленами Тейлора и аппроксимацию на ЭВМ с помощью рядов и схемы Горнера элементарных функций.